

V. Self Evaluation (50pts)(별지) - 파일로 제출.

참여 확인과 본인의 Project (Term paper) Proposal 에 대해 아래를 채우시오.

1. 본인이 그간 Q&A, 동료학생, “행렬론” 강좌등에 기여한 내용을 간단히 서술하세요!

(1) Q&A 참여 개인 total 약 (약 100) 회 (스스로 QnA 에서 검색하여 확인 가능)

저는 QnA 활동을 열심히 하였습니다. 많은 문제를 풀었고 잘못된 것을 발견하면 바로 수정하여 올렸습니다. 조별 활동에서는 모르는 개념이나, 문제가 나오면 머뭇거리지 않고 동료학생에게 질문하고 토론을 이끌었습니다. 또한 동료학생이 저에게 질문을 하면 제가 아는 범위내에서 성심성의껏 답변해주었습니다.

2. 자신이 한 학기 동안 PBL-BL English MT 강좌에서 학습한 내용을 나름대로 모두 정리하여 제출하세요.

(분량-자유, 서술방법-독창성 보장)

1학년때 선형대수를 처음 접했을 때 나는 다음과 같은 질문을 했다. “왜 행렬이랑 선형성이 이렇게 깊은 연관이 있는 것일까?” 2학년 1학기 동안 행렬론을 학습한 지금에서야 나는 누군가가 나에게 이 질문을 한다면 자신있게 조목조목 설명해줄 수 있다는 자신감이 생겼다. 이 글을 통해서 이 질문에 대한 나만의 답변을 하고자 하다.

수학은 일단 쉬운 것에서부터, 특별한 경우에서부터 관찰하고 연구하여 그것을 바탕으로 훨씬 advanced한 내용까지 연구한다. 방정식을 풀 때 가장 간단한 경우를 생각해 보면 중학생 때 배우는 1차 방정식을 생각해볼 수 있다. $ax+b=0$ 의 해는 $x = \frac{-b}{a} \neq 0$ 이다. 이 경우엔, 방정식 자체가 너무 간단할뿐더러 해 또한 trivial하게 구할 수 있다. 그럼 더욱 advanced한 내용으로 넘어가서 1차 연립 방정식을 생각해보자. 처음엔 두 개의 미지수에 대하여 연립방정식을 생각해볼 수 있고 더욱이 n개의 방정식에 대해서 연립방정식을 생각해볼 수 있다. 그런데 이런 것들은 행렬로 표현하면 훨씬 쉽게 간단하게 해결할 수 있다는 것이다! 사실 연립방정식을 행렬로 표현하는 것 자체에서는 이해하기 힘든 부분도 없고 별로 특별한 내용도 없다고 생각한다. 하지만 중요한 것은 행렬로 표현함으로써 얻어지는 이점들이다. 행렬로 표현함으로써 먼저, 어떤 연립방정식이 consistent이고 어떤 연립방정식이 inconsistent인지 쉽게 구분할 수 있고, gaussian elimination을 통해서 해도 어렵지 않게 구할 수 있다. 너무나도 간단한 내용인 것 같지만 사실 교재에서 1장을 차지하고 있는 내용으로서 가장 fundamental한 내용이고 어찌보면 가장 중요한 내용이라고도 얘기할 수 있겠다.

Linear Equation을 풀기 전에 첫 번째로 중요한 것이 있다. 사회에서 어떤 문제를 만나면 첫 번째로 고려해봐야하는 것은 당연히 ‘이 문제가 해결될 수 있는 문제인가?’라는 것이다. 어떤 문제를 해결하기 위해서 시간과 노력을 투자했는데 알고보니 해결될 수 없는 문제라고 하면 시간낭비만 한 것이다. system of linear equation을 풀 때도 마찬가지로 해가 존재하는지 안하는지 존재한다면 어떤 형태로 존재하는지에 대한 질문이 제일 먼저이다. 이 질문에 대한 답변을 determinant가 해결해준다. 어떤 linear equation을 행렬로 표현해보고 그 행렬의 determinant를 구해서 그 값이 0이 아니면 inverse matrix를 곱해서 정확한 해를 구할 수 있다. 이 모든 것들이 선형방정식을 행렬로 표현함으로써 얻어지는 것으로서 선형성이 보장 된다는 것의 이점이다.

행렬론은 vector와 matrix를 다루는 과목으로서 먼저, vector가 정의되고 연산될 수 있는 space에 대한 정의가 필요하다. 특별하게, vector addition과 scalar multiplication이 잘 정의있는 vector space에 대한 이야기를 안 할 수 없다. vector space를 정의함으로서, linear dependence, span, dimension, rank, nullity와 같은 중요한 개념들을 이야기 한다. 그리고 결국엔 이런 개념들을 통해서 다시 linear equation을 풀 수 있는 통치 명제들을 이야기 할 수 있다. vector space에서는 특히 기존의 vector의 정의가 다르다. 고등학생때 배운 vector는 단순히 길이와 방향을 가지고 있는 물리량이었다. 그러나 vector space에서는 vectorspace조건을 만족하는 element들을 vector라고 정의한다. 이렇게 정의함으로서, 기존의 vector들에 관한 연구를 vectorspace를 만족하는 모든 element들로 확장할 수 있게 된다. 더욱이 vectorspace상에서 inner product를 정의함으로써 vector들 간의 angle과 orthogonality를 정의할 수 있게 된다.

선형성의 중요성을 설명하기 위해서 linear transformation에 대한 설명도 안 할 수가 없다. function은 정말로 우리가 상상할 수 있는 것 이상으로 다양하고 복잡한데 그 중에서 linearity가 보장이 되는 function이 linear transformation이라고 할 수 있다. 앞에서 이야기 했듯이 linearity가 보장된다는 것은 굉장히 좋은 조건이다. linearity가 보장됨으로서, 여러 가지 정리들을 이야기 할 수 있을뿐더러, 조금만 더 조건이 추가된다면 놀라운 결과까지 도출 할 수 있게 된다. 예를 들어서 function이 1-1조건을 갖는 것은 쉬운 조건이 아닌데 linear transformation에서는 단순히 kernel만 구해보면 1-1인지 아닌지 알 수 있다. 더욱이 1-1이라면 kernel도 trivial하게 알 수 있다.

이렇듯 행렬론은 선형성과 결합하여 놀라운 결과들을 도출해낸다. 그러나 행렬의 가장 큰 단점이 있다. 그것은 바로 size가 조금만 커져도 계산이 너무 복잡하고 시간과 노력이 필요하다는 것이다. 그

러나 이런 단점을 보완해주는 것이 diagonalization이다. diagonalization을 이야기 하기 전에 앞서서 similarity를 이야기해야 한다. 수학은 어려운 것을 풀기위해서 그 어려운 것과 관계가 있는 쉬운것을 이용하곤 한다. 행렬론에서도 다루기 어려운 행렬들을 similarity 관계에 있는 다른 행렬을 이용하기도 한다. similarity관계 있는 두 행렬은 여러 가지 같은 성질을 갖기 때문이다. 그래서 계산이 어려운 행렬들을 similarity관계를 통해 계산이 쉬운 diagonal matrix로 바꿔서 계산할 수 있다. 예를 들어서 행렬에서 대표적으로 어려운 계산이 제곱이다. A^k 는 행렬의 size가 조금만 커져도, 혹은 k 가 조금만 커져도 계산이 어마어마하게 복잡해진다. 그러나 A 를 diagonalize시키면 $A = Q^{-1}BQ$ 로 쓸 수 있고 $A^k = Q^{-1}B^kQ$ 로 쓸 수 있다. 그런데 여기서 중요한 것은 B 는 diagonal matrix로서 계산이 굉장히 편하다는 것이다!

우리는 지금까지 행렬론을 실수상에서만 논의해왔다. 그러나 행렬론을 complex상에서 논의해야 비로소 완벽해진다. 사실 우리는 상상하기 쉬운 수 일수록 완벽하다고 받아드리는 경우가 있다. 역사학적으로, 피타고라스 학파는 정수를 찬양했고 상상하기 힘든 무리수(irrational)를 부정했었다. 그리고 무리수 말고도 허수의 존재성과 그 신비성이 받아드려지는 데도 상당한 시간이 걸렸다. 그러나 수학적으로는 정수공간보다는, 실수공간 보다는, 허수공간이 가장 완벽하고 자연스럽다. 행렬도 예외는 아니다. 행렬을 complex vectors space에서 논의하면 real vector space에서 논의할 때와 많은 부분에서 비슷하지만 좀 더 완벽성을 갖추게 된다. 예를 들어서 $n \times n$ 행렬은 실수상에서는 n 개의 eigenvalue를 항상 갖는 건 아니지만 허수상에서는 항상 갖게 된다. 더욱이 행렬을 complex vectors space에서 논의하면 Hermitian과 unitary와 같은 성질을 이용해 모든 $n \times n$ 복소행렬은 upper triangular 와 unitarily similar하다는 Schur 정리에 도달 할 수 있게 된다.

한 학기 동안 행렬론을 공부하면서 많은 것을 얻었고 큰 만족감도 얻었지만 사실 아쉬운 것도 사실이다. 위에서도 설명했듯이 수많은 놀라운 정리들을 보고 배우면서 큰 즐거움을 느꼈는데 그 정리들을 많은 훈련과 연습을 통해서 내 것으로 만들지 못한 것 같다. 물론 교수님께서 말씀해주셨듯이 학부생으로서 가장 중요한 것은 어떤 과목의 완성에 도달하기 위한 노력보다는 수학의 즐거움을 아는 것이라고 생각한다. 그러나 완성도에 도달하는 것이 어느 정도는 중요하다고 생각되는데 부분적으로 부족함이 있는 것이 사실이다. 특히 기말고사 뒷 부분의 내용이 시간에 쫓겨서 공부하다보니 많이 부족하다. 그래서 한 학기 동안 행렬론을 열심히 공부했지만 방학하고나서도 매듭짓는다는 생각으로 부족한 부분을 중심으로 복습할 생각이다. 그리고 행렬론을 배우면서 가장 흥미로웠던 부분 중 하나는 바로 궁금증이 다른 과목보다 많이 유발되었다는 것이다. 예를 들어서 inner product를 배우면서 orthogonality 개념을 배웠는데 너무나도 놀랍고 흥미로워서 해석학 분야에서 orthogonality가 어떻

게 연구했는지 궁금증이 생겼고 이 부분에 대해서 더 심화된 내용을 공부해보고 싶은 욕구가 생겼다. 이 외에도 여러 부분에 있어서 궁금증이 생겼는데, 이런 부분에 있어서도 방학 때 보충을 하여 학문의 즐거움을 더욱 느끼고 싶다.

3. (1) 본인이 PBL-BL English MT 강좌를 통하여 배운 수학적 내용 중 특히 기억나는 내용을 서술하십시오
 바로 지난주에 했던 영어발표가 기억납니다. 저는 원래 영어 공부를 좋아하고 즐겨합니다. 학문에 꿈을 가진 학생으로서 영어에 벽을 쌓아서 좋을 것이 하나도 없고 영어 의사소통 능력은 죽을 때까지 요구되는 능력이기 때문에, 영어 공부를 게을리 하지 않고 꾸준히, 열심히 하고 있습니다. 그리고 몇 일전에 교수님께서 Icampus를 통해서 이런 말씀을 해주셨습니다. "A young man's first duty is to be ambitious! by hardy" 그리고 지난주에 영어 발표 수업이 있었고 저도 발표를 해야 했습니다. 저는 원래 영어를 좋아하지만 발표를 할 자신감은 없었습니다. 그런데 열정을 가지라는 교수님의 말씀이 떠올랐고 자신감을 가지고 영어로 발표를 했습니다. 이번 학기에 전공 공부가 너무 바빠서 영어 공부를 조금 소홀히 했었는데, 영어의 즐거움 또한 다시금 느낄 수 있는 발표였습니다. 수학이 다른 학문에 비해 영어가 그렇게 큰 비중을 차지하는 것은 아니지만 그래도 수학도 기초학문으로서 영어가 매우 중요하다고 생각합니다. 그런데 영어로 진행되는 전공 강의가 그렇게 많지 않은 것 같은데 행렬론이 english강의로 진행됨으로서 큰 의미를 가졌던 것 같습니다.

(2) 동료와 같이 MT 1-9장을 cover 하면서 배우거나 느낀 점은?

조별 활동을 통해서 질문 하는 습관과 Discussion하는 습관을 기를 수 있었습니다. 질문하는데 머뭇거리미 없었었고 discussion의 중요성을 깨달았습니다. 그리고 discussion할때의 좋은 자세를 익히게 되었습니다. 배우는 학생의 입장으로 항상 남의 의견을 존중하고 무작정 내 의견만 내세우면 안된다는 것도 몸소 느꼈습니다. 또한 수학은 절대로 혼자 하는 학문이 아니라는 것을 절실히 배웠습니다. discussion할 때 훨씬 능률적으로 학습할 수 있다는 것을 알게되었습니다.

자 기 평 가 (Midterm)

과 목 명	MT 행 렬 론	조	1 조				
이 름	방제형	전 공	수학과				
평가항목		전혀 아니 다	아니 다	약간 아니 다	약간 그렇 다	그렇 다	매우 그렇 다
1. 출석 및 시간을 지켰다.							○
2. QnA 및 토론에 적극적으로 참여하였다.							○
3. 토의내용에 적합한 질문과 응답을 하였다.							○
4. 동료에게 도움이 되는 질문, 답, 정보를 제공하였다.							○
5. 다른 동료의 의견을 존중하였다.							○
6. 문제 관련 토론의 조직·운영 및 의견수렴과정에 긍정적 으로 기여하였다.							○
7. 같은 조의 조원들이 나와 같이 활동하고 싶어 한다.					○		
<p>강좌 관련 개선의견</p> <p>행렬론 수업 시간에 수업을 제대로 따라 가는 학생 수가 적습니다. 사실 저를 포함한 대부분의 학생들이 수업 시간에 이해를 하지 못하고 나중에 시 험기간에 공부하면서 이해를 합니다. 먼저, 학생들의 가장 큰 어려움은 학 생들이 선형대수 내용이 미숙하다는 데에 있습니다. 선형대수를 공부할 때 제대로 공부했고 확실하게 이해하고 넘어갔다면 행렬론 수업을 따라 가는데 매우 큰 도움이 되겠지만 그렇지 못한 학생들이 많습니다. 그리고 제 개인 적으로 의견으로는, 수업시간에 설명의 비중을 높이면 이런 문제점을 해결 하는데 도움이 되리라 생각합니다. 한 학기를 되돌아보면 전체 수업시간 중 에 수업이외에도 공지사항, 영상시청 등이 많은 시간을 차지했습니다. 물 론 이런 것들이 무의미하다는 것은 아니지만 수업이외의 비중을 조금 낮추 고 수업의 비중을 조금 높이면 학생들이 수업을 따라가는 데에 도움이 되리 라 생각합니다.</p>							

1

자 기 평 가 (Midterm) II

과 목 명	MT 행렬론	조	1		
이 름	방제형	날 짜	10.06.06		
학습문제	MT PBL 자기주도적 수업, 자기 성찰노트				
자기 점검표					
활동(Activity)			Excele nt	Good	Fair
1. 나는 문제해결에 필요한 아이디어와 사실들을 생성하는데 기 여하였다.				○	
2. 나는 학습과 관련된 학습과제(Learning issue:더 알아야 할 사 실들)들을 제안하였다.			○		
3. 나는 개인학습을 할 때 다양한 학습 자료를 사용하였다.			○		
4. 나는 새로운 정보와 지식제공에 기여하였다.			○		
5. 나는 문제 제기와 토의에 적극적으로 참여하였고 토의의 촉진 과 이해를 위한 적절한 질문을 많이 제공하였다.			○		
6. 나는 우리 조가 원활한 조 활동을 하는데 기여하였다.			○		
<p>[성찰노트] * 다음 각각의 사항에 대하여 자신의 활동내용을 기록하세요.</p> <p>저는 조별 활동을 열심히 했습니다. 문제풀이를 할 때 모르는 내용이 있 으면 동료 학생들에게 물어보았습니다. 학습내용이외에도 행렬론 공부 방법, 문제 풀이 접근방식등 다양한 것을 동료 학생들에게 묻고 공유했습 니다. 또한 저 스스로가 궁금증이 생겨서 더 심화해서 공부해본 내용이 있으면 동료 학생들에게 소개해주고 가르쳐주어 동료학생들의 흥미를 돌 구았습니다. 그리고 다른 교재들도 소개를 하면서 다양한 학습자료를 제 공하고 사용하였습니다.</p>					