

5. Compute the angle between the vectors $(4,7,9,1,3)$ and $(2,1,1,6,8)$ in \mathbb{R}^4
(solve)

II. Show

1. (수업-퀴즈) : Cayley 가 보인 Determinant의 Multiplicative 성질

$$\det(AB) = \det(A) \det(B)$$

(Proof을 마무리 하시오)

1) If A is singular, then AB is also singular.

So $\det(AB) = 0 = \det(A) \det(B)$.

2) If A is nonsingular, then $A = E_n \cdots E_2 E_1$, a product of elementary matrices

Hence , $\det(AB) = \det(E_n \cdots E_2 E_1 B)$

2. V, W 가 벡터공간이고 $T: V \rightarrow W$ 을 선형변환이라 하면 $\ker T$ 은 V 의 부분공간임을 보이시오. (이 $\ker T$ 을 핵공간이라 부른다.)

증명

4. A 가 $m \times n$ 행렬일 때, 선형변환 $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 을 $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ 로 정의하면 $\text{Im } T$ 은 행렬 A 의 열공간임을 보여라.

증명

5. Cauchy-Schwarz 부등식을 그림을 그려 증명하시오.

복소내적공간 V 의 임의의 벡터 \mathbf{u} , \mathbf{v} 에 대하여 다음이 성립한다.

$$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| \leq \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \quad (\text{Cauchy-Schwarz 부등식})$$

증명

III. Explain

1. 선형변화의 행렬 표현에 대하여 아는대로 서술하시오.

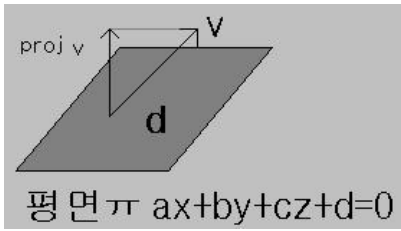
2. 3차원 공간 \mathbf{R}^3 안의 부분집합 $W = \{(x, y, z) : x + y + z = 0\}$ 의 차원이 2임을 설명하고, 하나의 기저를 구하시오!

3. 세 점 $(0,0)$, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 이 이루는 평면상의 삼각형 OAB의 면적이

$$A = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \text{ 임을 이용하여, 세 vector } (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \text{ 가 만드}$$

는 삼각형의 면적은 $\pm \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$ 임을 그림을 그려서 설명하시오.

4. 점 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 와 평면 $\pi : ax + by + cz + d = 0$ 사이의 거리 D 가 $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ 임을 그림을 중심으로 간단히 설명하시오.



5. 선형변환에 대한 Rank-Nullity 정리의 증명을 스케치하시오.

임의의 선형변환 $T: R^n \rightarrow R^m$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\text{rank}(T) + \text{nullity}(T) = n = \dim(\text{Domain})$$

(증명을 마무리 지으시오)

- i) $\text{rank}(T) = \{0\}$ 이면, $\ker T = R^n$ 이고 따라서 $0 + n = n$ 이므로, 위의 정리가 성립한다.
- ii) $\text{rank}(T) \neq \{0\}$ 인 경우, $\text{nullity}(T) = k$ 라 하자, 이 때 $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ 를 $\text{Ker}(T)$ 의 기저라 놓으면,

6. Schur 정리에 내용과 증명을 스케치 하시오.

7. Jordan 표준형에 대해 아는 바를 서술하시오.

IV. (10점) (한 학기 수고 많았어요!) 참여 확인 및 Project (Term paper):

- (1) 본인이 Q&A와 토론등에 참여한 대략의 회수는?
- (2) 본인이 Q&A에서 한 질문이나 답 중 특히 기억나는 하나를 서술하시오
- (3) 프로젝트 초안을 언제 어떻게 제출했나요?
- (4) 프로젝트의 수정분을 언제, 어떻게 제출했나요?
- (5) 프로젝트를 수행(하고 발표- 개인별 포함)하면서 느낀 점을 서술하시오!

V. (5점) 본인이 이번 PBL 강좌에서 담당 교수의 강의, 콘텐츠, 강의실 환경, 반복 학습자료, 참고자료, Q&A,등을 통하여 배운 점 중 기억나는 것을, 본인의 생각과 함께 서술하시오.