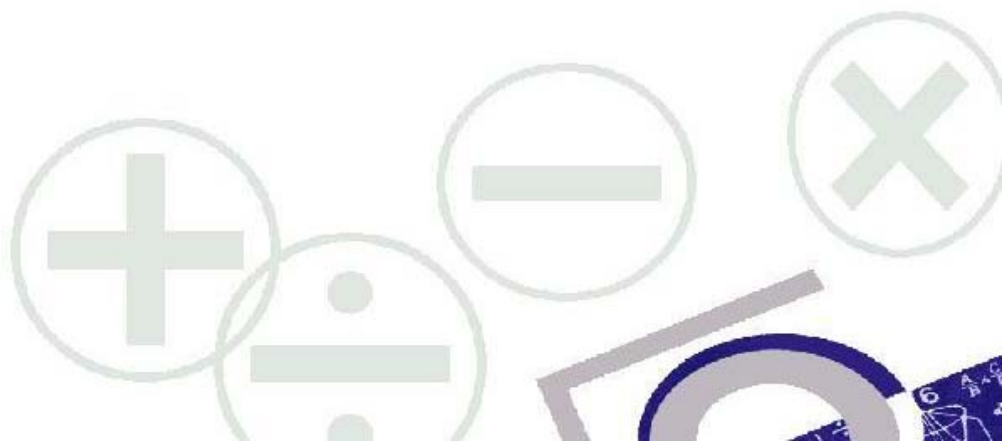


# 1. 함수

1. 비례와 함수
2. 함수의 그래프



# 1 비례와 함수

## ▣ 학습목표 ▣

- 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.
- 함수의 뜻을 이해할 수 있다.

### (1) 정비례와 반비례

#### 탐 구 활 동

[과제1] 정비례 관계(한성교육연구소 7-나 지도서 212쪽, 배종수 외)

- 목표 : 실생활 소재를 통하여 정비례 관계를 이해한다.

지하철이나 기차를 타고 귀를 기울이면 「덜컹덜컹」 하는 소리를 들을 수 있다. 이것은 레일의 이음새를 열차가 통과할 때 나는 소리이다. 이 소리를 이용하면 열차가 달린 거리나 역과 역 사이의 거리를 알 수 있다. 레일 1개의 길이를 200m라 할 때, 「덜컹덜컹」 하는 소리가 1회 들리면 200m를 달린 셈이다.



다음 물음에 답하여라.

1. 2회 덜컹덜컹 소리가 났을 때 열차가 달린 거리는 얼마인가?
2. 5회 덜컹덜컹 소리가 났을 때 열차가 달린 거리는 얼마인가?
3.  $x$ 회 덜컹덜컹 소리가 났을 때 열차가 달린 거리는 얼마인가?
4. 아래 표를 완성하여라.

「덜컹덜컹」 하는 소리(회)	1	2	...	10	11	...	$x$
열차가 달린 거리(m)			...			...	$y$

5. 열차가 달린 거리를  $y$ 라고 할 때,  $x$ 와  $y$ 의 관계를 그래프로 그려 보아라.

(그래프그리기)

6. 그래프를 보고  $x$  값의 변화에 대한  $y$  값의 변화를 진술하여라.

<해설>

1. 400 (m)   2. 1000 (m)   3.  $200x$  (m)
- 4.

「덜컹덜컹」 하는 소리(회)	1	2	...	10	11	...	$x$
열차가 달린 거리(m)	$200 \times 1$	$200 \times 2$	...	$200 \times 10$	$200 \times 11$	...	$200 \times x$
	200	400	...	2000	2200	...	$200x$

5. 그래프그리미를 이용하여 그려본다. 직선이 그려진다
6.  $x$ 의 값이 2배, 3배, ... 변함에 따라  $y$ 의 값도 2배, 3배, ... 로 변한다.

### [과제2] 반비례 관계

- 목표 : 실생활 소재를 통하여 반비례 관계를 이해한다.

윤서네 집 정원에 넓이가  $12 \text{ cm}^2$ 인 직사각형 모양의 꽃밭을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



1. 꽃밭의 가로 길이가 1m일 때, 세로 길이는 얼마인가?
2. 꽃밭의 가로 길이가 2m, 3m일 때, 세로 길이는 각각 얼마인가?
3. 꽃밭의 가로 길이가  $x$ 일 때 세로 길이가  $y$ 는 얼마인가?
4. 위의  $x$ 와  $y$ 의 관계를 그래프로 그려보아라. (그래프그리미)
5. 그래프를 보고  $x$ 값의 변화에 따른  $y$ 값의 변화를 진술하여라.

<해설>

꽃밭의 넓이는 (가로 길이) × (세로 길이)이므로

1. 가로의 길이가 1m이면  $1 \times 12 = 12 (\text{m}^2)$ 이므로 세로는 12m이다.
2. 가로의 길이가 2m이면  $2 \times 6 = 12 (\text{m}^2)$ 이므로 세로는 6m이다.  
가로의 길이가 3m이면  $3 \times 4 = 12 (\text{m}^2)$ 이므로 세로는 4m이다.
3. 가로의 길이를  $x$ , 세로 길이를  $y$ 라 하면  $x \times y = 12 (\text{m}^2)$ 이므로  $y = \frac{12}{x}$ 인 관계가 있다.
4. 그래프그리미를 이용하여 그려본다.  $x$  값이 증가함에 따라  $y$  값이 감소하는 곡선이 그려진다.
5.  $x$ 의 값이 2배, 3배, ...로 변함에 따라  $y$ 의 값이  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , ...배로 변한다.

## 개 념 정 리

### 정비례와 반비례

#### (1) 정비례의 뜻

변수  $x$ 의 값이 2배, 3배, 4배, ...로 변함에 따라  $y$ 의 값도 2배, 3배, 4배, ...로 변하는 관계가 있으면 이 관계를  $y$ 는  $x$ 에 정비례한다고 한다. 일반적으로  $y$ 가  $x$ 에 정비례할 때,  $x$ ,  $y$ 사이의 관계를 식으로 나타내면  $y=ax(a\neq 0)$ 이다.

#### (2) 반비례

변수  $x$ 의 값이 2배, 3배, 4배, ...로 변함에 따라  $y$ 의 값은  $\frac{1}{2}$ 배,  $\frac{1}{3}$ 배,  $\frac{1}{4}$ 배, ...로 변하는 관계가 있으면 이 관계를  $y$ 는  $x$ 에 반비례한다고 한다. 일반적으로  $y$ 가  $x$ 에 반비례할 때,  $x$ ,  $y$ 사이의 관계를 식으로 나타내면  $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 이다.

## 형 성 평 가

1. 밑변의 길이가 20 cm, 높이가  $x$  cm이고 넓이는  $y$  cm<sup>2</sup>인 삼각형이 있다. 다음 물음에 답하여라.

- (1) 높이가 5 cm일 때 삼각형의 넓이는 얼마인가?
- (2)  $x$ 와  $y$ 사이의 관계식을 구하고 그래프를 그려 보아라. (그래프그리기)
- (3)  $y$ 는  $x$ 에 정비례하는가? 반비례하는가?

2. 사과 24개를  $x$ 명의 학생에게  $y$ 개씩 나누어 주려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

- (1) 학생이 8명일 때, 한 사람에게 사과는 몇 개씩 돌아가겠는가?
- (2)  $x$ 와  $y$ 사이의 관계를 식을 구하고 그래프를 그려라. (그래프그리기)
- (3)  $y$ 는  $x$ 에 정비례하는가? 반비례하는가?

### <풀이>

1. (1) 삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2}\times(\text{밑변의 길이})\times(\text{높이})$  이므로  $\frac{1}{2}\times 20\times 5=25\text{cm}^2$

(2)  $y=\frac{1}{2}\times 20\times x=10x$ 이고  $x$ 는 변의 길이이므로  $x>0$ 이다.

그래프는 그래프그리미로 그려본다

(3)  $x$ 와  $y$ 사이의 관계식이  $y=10x$  이므로  $y$ 는  $x$ 에 정비례한다.

2. (1)  $24 \div 8 = 3$ 개

(2) 한 사람에게 돌아가는 사과 개수는 (총 사과 수)  $\div$  (사람 수)이므로

$$y = 24 \div x = \frac{24}{x} \text{ 이다. 따라서, } x, y \text{ 사이의 관계는 } y = \frac{24}{x} \text{ 이다.}$$

그래프는 그래프그리미로 그려본다.

(3)  $x, y$ 사이의 관계는  $y = \frac{24}{x}$ 이므로  $y$ 는  $x$ 에 반비례한다.

## (2) 함수

### 탐 구 활 동

[과제 1] 시계 바늘 (천재교육 7-나 지도서 200쪽, 최용준)

- 목표 : 시계의 시간과 시계 바늘이 회전한 각 사이의 관계를 통하여 함수의 뜻을 이해한다.

시계의 초침은 1초에  $6^\circ$ 씩 회전한다. 이 때,  $x$ 초 동안 회전한 각은  $y^\circ$ 라고 한다.

다음 물음에 답하여라.

1. 초침이 2초, 3초, 4초,  $x$ 초 동안 회전한 각도를 각각 말하여라.
2.  $x$ 와  $y$ 사이의 관계식을 구하여라.
3.  $x$ 와  $y$ 사이에는 어떤 비례 관계가 있는가?
4.  $x$ 의 값이 정해지면  $y$ 의 값은 하나로 정해지는가?



### <해설>

1. 1초에  $6^\circ$ 씩 회전하므로 2초에는  $12^\circ$ , 3초에는  $18^\circ$ , 4초에는  $24^\circ$ ,  $x$ 초에는  $6x^\circ$ 이다.
2.  $y = 6x$
3. 정비례 관계가 있다.
4.  $x$ 의 원소에  $y$ 의 원소가 하나씩 대응된다.

## 개념 정리

### 함수

#### (1) 함수의 뜻

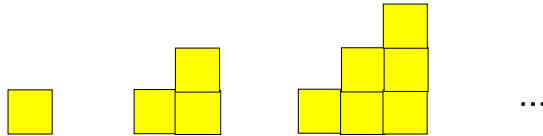
변하는 두 양  $x, y$ 에 대하여 변수  $x$ 의 값이 정해짐에 따라 변수  $y$ 의 값이 정해질 때,  $y$ 는  $x$ 의 함수라고 하고  $y=f(x)$ 와 같이 표시할 수 있다. 이 때, 변수  $x$ 가 속하는 집합을 정의역이라 하고, 변수  $y$ 가 속하는 집합을 공역이라 한다.

#### (2) 함수값과 치역

$y$ 가  $x$ 의 함수일 때, 변수  $x$ 의 값이 정해지면 그에 따라 정해지는 값  $y$ 를  $x$ 의 함수값이라 하고, 이를  $f(x)$ 로 나타낸다. 이 때, 함수값  $f(x)$ 를 원소로 하는 집합을 치역이라고 하는데 치역은 공역의 부분집합이다.

## 형성평가

1. 한 변의 길이가 1cm인 정사각형 모양의 색종이를 이용하여 아래 그림과 같은 모양을 만들어 나갈 때, 다음 물음에 답하여라.



- (1)  $x$ 번째 만들어지는 도형의 둘레의 길이를  $y$ cm라고 할 때,  $y$ 를  $x$ 에 관한 식으로 나타내어라.  
 (2) 이 함수의 치역을 구하여라.
2. 한 개에 600원 하는 음료수  $x$ 개의 구입 가격을  $y$ 원이라 할 때,  $x$ 와  $y$ 사이의 관계는 함수이다. 이 함수를  $f$ 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.  
 (1)  $f(x)$ 를  $x$ 의 식으로 나타내어라.  
 (2) 정의역이  $\{3, 4, 5\}$ 일 때, 함수  $f$ 의 치역을 구하여라.  
 (3)  $f(a) = 4200$  일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

### <풀이>

1. (1) 둘레의 길이가 4cm, 8cm, 12cm이므로  $x$ 번째의 둘레의 길이는  $4x$ cm가 된다.  
 $\therefore y = 4x$   
 (2)  $y = 4x$ 에서 정의역이  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ 이므로 치역은  $\{4, 8, 12, 16, \dots\}$ 이다.
2. (1) 음료수가 한 개에 600원이므로  $x$ 개의 값  $y$ 는  $600x$ 이다.  $\therefore f(x) = 600x$   
 (2)  $f(3) = 600 \times 3 = 1800$ ,  $f(4) = 600 \times 4 = 2400$ ,  $f(5) = 600 \times 5 = 3000$   
 $\therefore$  치역은  $\{1800, 2400, 3000\}$   
 (3)  $f(a) = 600a = 4200 \quad \therefore a = 7$

## 2 함수의 그래프

### ▣ 학습목표 ▣

- 순서쌍과 좌표를 이해하고 점을 좌표평면 위에 나타내고, 좌표평면 위의 점의 좌표를 구할 수 있다.
- 함수의 그래프를 이해하고 그릴 수 있다.

### (1) 순서쌍과 좌표

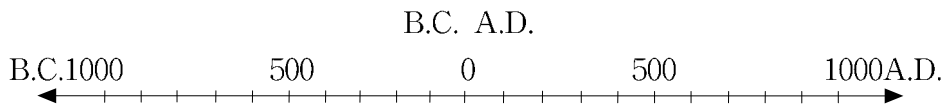
#### 탐 구 활 동

[과제1] 순서쌍과 좌표 (교육과학연구원 중1 수학 기본학습 보충지도자료 113쪽)

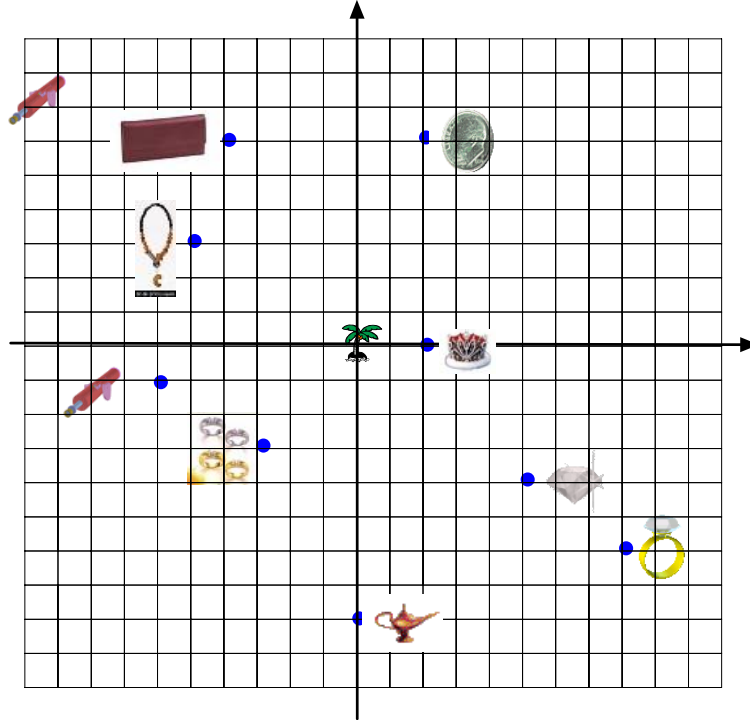
- 목표 : 수직선과 좌표평면 위의 점을 나타냄으로써 순서쌍과 좌표를 이해한다.

1. 다음 표에 주어진 역사적인 사건을 수직선 위에 나타내어라.

연대	역사적 사건
B.C.(기원전)	① 1000년경 청동기 문화의 발전 ② 400년 한반도 철기문화 보급 ③ 37년 주몽 고구려 건국
A.D.(기원후)	④ 105년 중국 채륜이 종이 발견 ⑤ 405년 백제 일본에 한학 전함 ⑥ 632년 신라 첨성대 건립



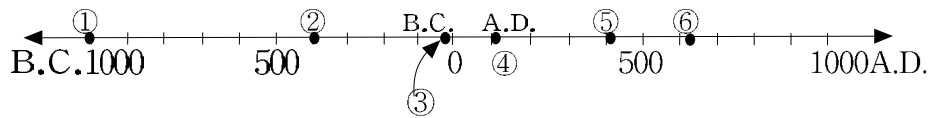
2. 야자 섬에는 9 개의 보물(지갑, 동전, 목걸이, 왕관, 만년필, 반지, 램프, 다이아몬드, 다이아몬드 반지)이 묻혀 있다. 아래 그림은 사과 섬의 보물 지도이다.



야자나무에서 출발하여 각 보물을 찾으러 가려면 어떻게 가야 하는지 구하여 보자.  
(왼쪽, 오른쪽, 위, 아래를 사용하여도 좋고, 동서남북을 사용하여도 좋다.)

<해설>

1.



- 2. 지갑 : 서쪽으로 4 칸, 북쪽으로 6 칸
- 동전 : 동쪽으로 2 칸, 북쪽으로 6 칸
- 목걸이 : 서쪽으로 5 칸, 북쪽으로 3 칸
- 왕관 : 동쪽으로 2 칸
- 만년필 : 서쪽으로 6 칸, 남쪽으로 1 칸
- 반지 : 서쪽으로 3 칸, 남쪽으로 3 칸
- 램프 : 남쪽으로 8 칸
- 다이아몬드 : 동쪽으로 5 칸, 남쪽으로 4 칸
- 다이아몬드 반지 : 동쪽으로 8 칸, 남쪽으로 6 칸



## 개 념 정 리

### 순서쌍과 좌표

#### (1) 수직선 위의 점의 좌표

수직선 위의 한 점에 대응하는 수를 그 점의 좌표라 하고, 좌표가  $a$ 인 점  $P$ 를 기호  $P(a)$ 로 나타낸다.

#### (2) 좌표평면 위의 점의 좌표

① 좌표축: 가로의 수직선을  $x$ 축, 세로의 수직선을  $y$ 축이라 하며, 두 축을 통틀어 좌표축이라 한다.

② 좌표평면: 좌표축이 정해져 있는 평면

③ 원점:  $x$ 축과  $y$ 축이 만나는 점을 원점이라 하고,  $O$ 로 나타낸다.

④ 좌표:  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점에 대응되는 수를 각각 순서쌍으로 나타낸 것.  
 $P(x\text{좌표}, y\text{좌표})$

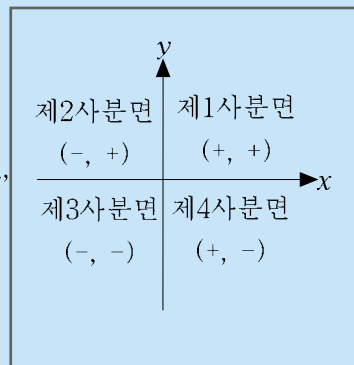
#### (3) 사분면

① 좌표축은 좌표평면을 네 부분으로 나누는데 그 각 부분을 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면이라 한다.

② 각 사분면에 있는 점의 부호

제1사분면:  $(+, +)$     제2사분면:  $(-, +)$

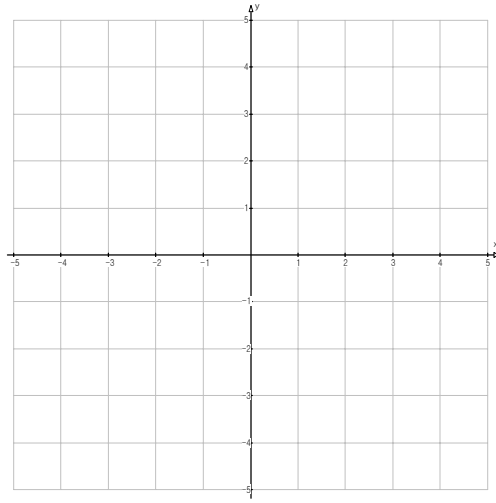
제3사분면:  $(-, -)$     제4사분면:  $(+, -)$



## 형 성 평 가

1. 좌표평면 위에 다음 각 점을 나타내어라.

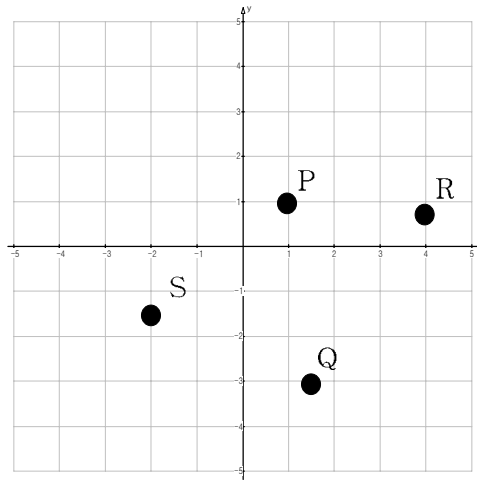
$$P(1, 1), Q(1.5, -3), R(4, \frac{3}{4}), S(-2, -\frac{3}{2})$$



2. 점  $(a, b)$  는 제 2사분면의 점이고, 점  $(c, d)$  는 제 3사분면의 점이다.  
 이 때 점  $(ac, bd)$  는 제 몇 사분면의 점인지 구하여라.

<풀이>

1.



2. 점  $(a, b)$ 가 제 2사분면의 점이므로  $a > 0, b > 0$  ... ①

점  $(c, d)$ 가 제 3사분면의 점이므로  $c < 0, d < 0$

따라서  $a \times c > 0, b \times d < 0$  ... ②

그러므로 점  $(ac, bd)$  는 제 4사분면의 점이다. ... ③

## (2) 함수의 그래프

### 탐 구 활 동

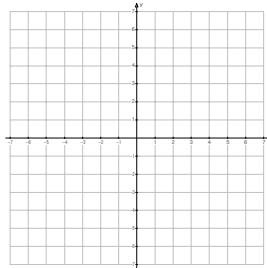
#### [과제1] 함수의 그래프

- 목표 : 순서쌍과 좌표를 이해하고, 함수의 그래프를 좌표평면 위에 그릴 수 있다.

1. 함수  $y=x$ 의 정의역이  $X=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 이에 대응하는  $y$ 의 값을 구하여라.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

2. 순서쌍  $(x, y)$ 를 모두 구하여라.
3. 위의 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내어 보아라.
4. 정의역의 원소를 실수 전체의 집합이라고 할 때 그래프를 그려 보아라. (그래프그리기)



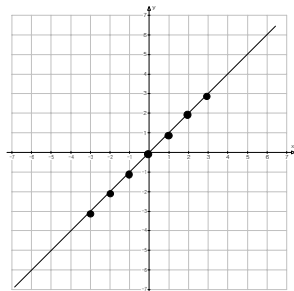
#### <해설>

1.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-3	-2	-1	0	1	2	3

2.  $(-3, -3), (-2, -2), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)$

3. 4.



[과제2]  $y = ax$  의 그래프

- 목표 :  $y = ax$ 와  $y = \frac{a}{x}$  의 그래프의 특징을 알 수 있다.

1.  $y = ax$  의 그래프를 그리고,  $a$  값을 변화시키면서 그래프의 특징을 살펴보아라.

(그래프그리미)

- (1)  $y = ax$  의 그래프가 항상 지나는 점은 무엇인가?
- (2)  $a > 0$  일 때 이 직선이 지나는 사분면은?
- (3)  $a < 0$  일 때 이 직선이 지나는 사분면은 ?
- (4)  $x$ 의 값이 증가함에 따라  $y$ 의 값이 감소하는  $a$ 의 값의 범위는?

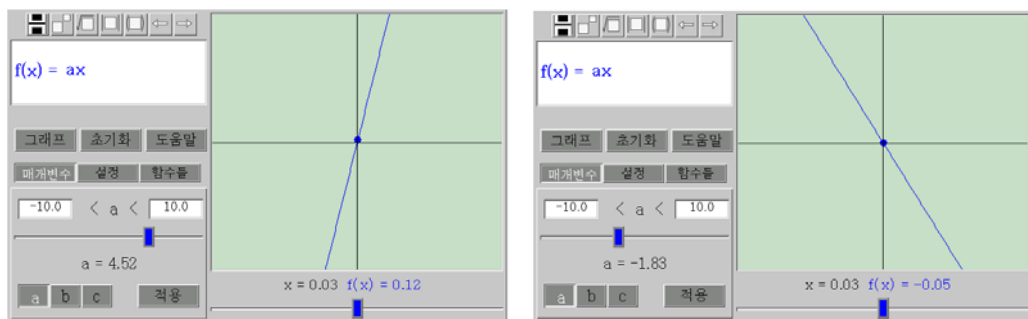
2.  $y = \frac{a}{x}$  의 그래프를 그리고,  $a$  값을 변화시키면서 그래프의 특징을 살펴보아라.

(그래프그리미)

- (1) 이 그래프는 직선인가, 곡선인가?
- (2)  $x$ 가 0에 가까워질 때  $y$ 의 값을 살펴보아라.
- (3)  $a > 0$  일 때와  $a < 0$  일 때의 그래프의 차이를 진술하여라.

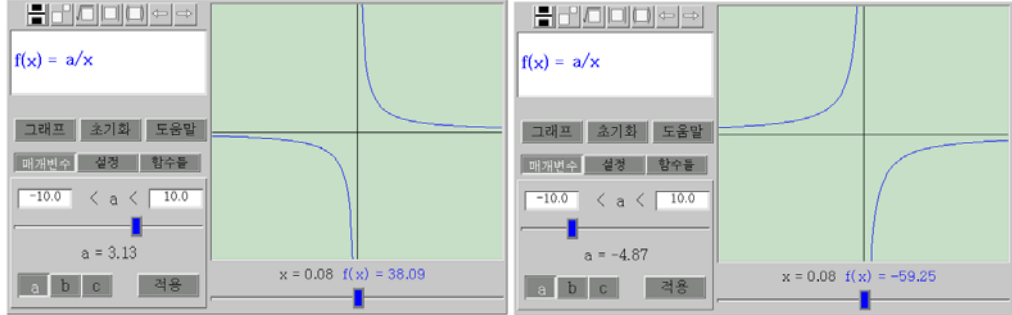
<해설>

- (1)  $y = ax$  의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.
- (2) 제 1사분면과 제 3사분면을 지난다
- (3) 제 2사분면과 제 4사분면을 지난다.
- (4)  $a < 0$  일 때  $x$ 값이 증가함에 따라  $y$ 값이 감소한다.



- (1)  $y = \frac{a}{x}$  의 그래프는 한 쌍의 곡선이다.

- (2)  $x$ 가 0에 가까워질 때  $y$ 의 값은 무한히 커지든가, 무한히 작아진다.  
 (3)  $a > 0$ 일 때는 제 1사분면과 제 3사분면을 지나고,  $a < 0$ 일 때는 제2사분면과 제 4사분면을 지나는 한 쌍의 곡선이 된다.



## 개념 정리

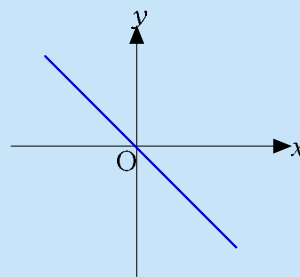
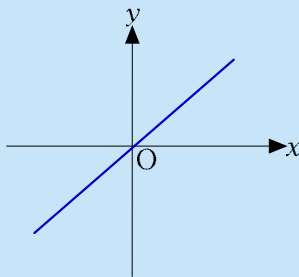
### 함수의 그래프

#### (1) 함수의 그래프

함수  $y = f(x)$ 가 주어질 때, 정의역  $X$ 의 각 원소  $x$ 와 이에 대응하는 함수값  $y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 를 모두 좌표평면 위에 나타낸 그림을 **함수의 그래프**라고 한다.

#### (2) $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프

- ①  $y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.  
 ②  $a > 0$ 일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.  
 ③  $a < 0$ 일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

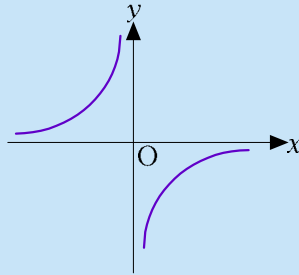
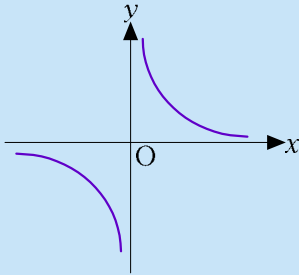


(3)  $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프

①  $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 한 쌍의 곡선이다.

②  $a > 0$ 일 때,  
제1사분면과 제3사분면을 지난다.

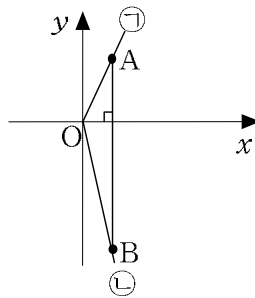
③  $a < 0$ 일 때,  
제2사분면과 제4사분면을 지난다.



**형성평가**

1. 함수  $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점  $A(-3, 6)$ ,  $B(2, b)$ 를 지날 때,  
함수의 식을 구하고, 그래프가 지나는 사분면의 종류와  $a - b$ 의 값을 구하여라.

2. 다음 그림에서 직선 ㉠은  $y = 2x (x \geq 0)$ 의 그래프이고, 직선 ㉡은  $y = -4x (x \geq 0)$ 의 그래프이다.  $\triangle AOB$ 의 넓이가 48일 때, 점 A와 점 B의 좌표를 구하여라.



<풀이>

1.  $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점  $A(-3, 6)$ 을 지나므로  $x = -3, y = 6$ 을

대입하면  $6 = \frac{a}{-3}$

$\therefore a = -18$ , 따라서 함수의 식은  $y = -\frac{18}{x}$ 이다. ... ①

또한 그래프가 지나는 사분면은  $a < 0$ 이므로 제 2, 4 사분면이다. ... ②

또, 점  $(2, b)$  를 지나므로  $x=2, y=b$  를 대입하면  $b = -\frac{18}{2} = -9$

$$\therefore a - b = (-18) - (-9) = -18 + 9 = -9 \quad \dots \textcircled{3}$$

2.  $A(t, 2t), B(t, -4t)$  라 하면  $\triangle AOB$ 의 넓이는  $\frac{1}{2} \times |2t - (-4t)| \times t = 48$  이므로  $6t^2 = 96, t^2 = 16, t = 4(t \geq 0)$  가 되어  $A(4, 8), B(4, -16)$ 가 된다.