Ⅶ. 삼각형에의 응용

1. 사인법칙과 코사인법칙
2. 삼각형의 넓이

1	사인법칙과 코사인법칙

학습목표

- 사인법칙을 알고 이를 활용할 수 있다.
- 코사인법칙을 알고 이를 활용할 수 있다.

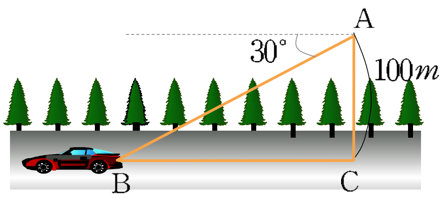
(1) 사인법칙

탐구활동

[과제1] 고속도로 (중앙교육진흥연구소 10-나 지도서 262쪽, 최봉대 외)

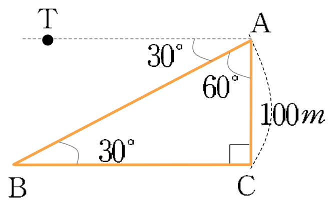
- 목표 : 삼각형에서 세 각의 크기와 세 변의 길이 사이의 관계로부터 사인법칙을 발견할 수 있다.

어느 헬리콥터가 도로 위 100m의 높이로 날면서 고속도로의 교통상황을 알아보고 있다. 아래 그림과 같이 헬리콥터에서 어느 한 자동차를 내려다본 각이 30° 일 때, $\triangle ABC$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.



1. $\sin A$, $\sin B$의 값을 구하여라.
2. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.
3. $\dfrac{\overline{BC}}{\sin A}$, $\dfrac{\overline{AC}}{\sin B}$, $\dfrac{\overline{AB}}{\sin C}$의 값을 각각 구하여 그 결과를 비교하여 보자. 어떤 특징을 발견할 수 있는가?

<해설>



1. 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 선분 BC에 평행한 선분 위에 점 T를 잡으면 $\angle BAT$와 $\angle ABC$는 서로 엇각이므로 $\angle BAT = \angle ABC = 30^\circ$
   한편, $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\angle BAC = 60^\circ$
   따라서, $\sin A = \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin B = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$

2. 직각삼각형 ABC에서

$\sin B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\dfrac{1}{2} = \dfrac{100}{\overline{AB}}$ $\therefore$ $\overline{AB} = 200(\mathrm{m})$

$\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\overline{BC}}{200}$ $\therefore$ $\overline{BC} = 100\sqrt{3}(\mathrm{m})$

3. $\dfrac{\overline{BC}}{\sin A} = \dfrac{100\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 200,\quad \dfrac{\overline{AC}}{\sin B} = \dfrac{100}{\sin 30^\circ} = 200,\quad \dfrac{\overline{AB}}{\sin C} = \dfrac{200}{\sin 90^\circ} = 200$

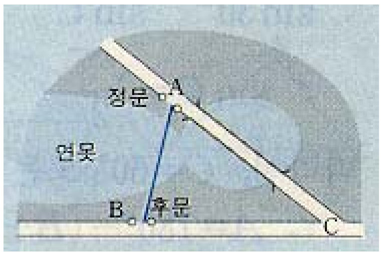
따라서 서로 같다. 즉,

$$\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} = \frac{\overline{AB}}{\sin C}$$

[과제2] 정문과 후문 사이의 거리 (교학사 10-나 지도서 233쪽, 박두일 외)

- 목표 : 삼각비를 이용하여 길이를 구함으로써 사인법칙을 쉽게 이해할 수 있다.

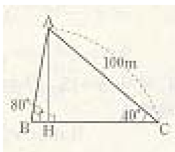
오른쪽 그림과 같은 공원이 있다. 정문과 후문 사이의 거리를 재려고 하는데, 정문과 후문 사이에 연못이 있어서 줄자를 사용하기가 곤란하였다. 그래서 그 주변을 조사한 결과 $\overline{AC} = 100\,\mathrm{m}$, $\angle BCA = 40^\circ$, $\angle CBA = 80^\circ$ 임을 알았다. 삼각함수표를 이용하여 정문과 후문 사이의 거리를 구하여 보자.(공학용계산기)



<해설>

$\triangle ABC$의 꼭지점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\sin 40^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AH}}{100}$



$\therefore\ \overline{AH} = 100 \sin 40^\circ$

$\sin 80^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

$\therefore\ \overline{AH} = \overline{AB} \sin 80^\circ$

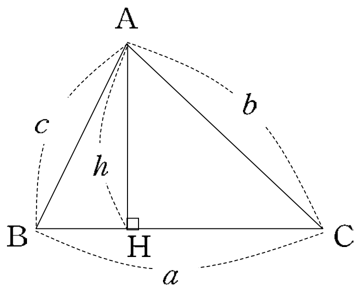
따라서, $100 \sin 40^\circ = \overline{AB} \sin 80^\circ$

$\therefore\ \overline{AB} = \dfrac{100 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} = 65.27(\mathrm{m})$

[과제3] 사인법칙 (교학사 10-나 지도서 141쪽, 박규홍 외)

● 목표 : 삼각형에서 세 각의 크기와 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 사인법칙을 이해할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 $\triangle \mathrm{ABC}$의 꼭지점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, 변 BC, CA, AB, AH의 길이를 각각 a, b, c, h라 할 때, 다음을 알아보자.



1. h을 b와 $\angle \mathrm{C}$을 이용하여 나타내어라.
2. h을 c와 $\angle \mathrm{B}$을 이용하여 나타내어라.
3. 위의 1, 2에서 구한 h를 소거하여 b, c, $\angle \mathrm{B}$, $\angle \mathrm{C}$ 사이의 관계식을 나타내어라.
4. 같은 방법으로 꼭지점 B에서 변 CA에 내린 수선의 길이를 k라 할 때, k를 a와 $\angle \mathrm{C}$, c와 $\angle \mathrm{A}$을 이용하여 나타내고, k를 소거하여 a, c, $\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{C}$ 사이의 관계식을 나타내어라.

<해설>

1. $\triangle \mathrm{AHC}$에서 $\angle \mathrm{H}$가 직각이므로 $\sin \mathrm{C} = \frac{h}{b}$

   따라서, $h = b \sin \mathrm{C}$

2. $\triangle \mathrm{ABH}$에서 $\angle \mathrm{H}$가 직각이므로 $\sin \mathrm{B} = \frac{h}{c}$

   따라서, $h = c \sin \mathrm{B}$

3. 1, 2에서 $b \sin \mathrm{C} = c \sin \mathrm{B}$

4. 꼭지점 B에서 변 CA에 내린 수선의 발을 H′이라 하면 $\triangle \mathrm{ABH'}$에서 $\angle \mathrm{H'}$이 직각이므로

   $\sin \mathrm{A} = \frac{k}{c}$ 에서 $k = c \sin \mathrm{A}$

   $\sin \mathrm{C} = \frac{k}{a}$ 에서 $k = a \sin \mathrm{C}$

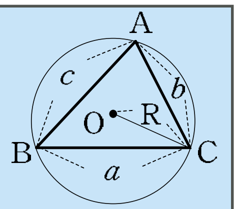
   따라서, $c \sin \mathrm{A} = a \sin \mathrm{C}$ 가 성립한다.

개 념 정 리

사인법칙

임의의 $\triangle \mathrm{ABC}$의 외접원의 반지름의 길이를 R이라고 하면

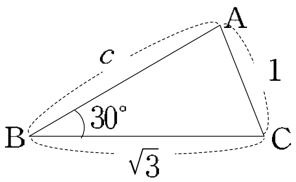
$$\frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}} = 2\mathrm{R}$$



형 성 평 가

1. $\triangle$ABC에서 $b = 4\,\text{cm}$, $\angle A = 75°$, $\angle B = 45°$ 일 때, c의 길이를 구하여라.

2. 오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서 $a = \sqrt{3}$, $b = 1$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle A$, $\angle C$의 크기와 변 AB의 길이를 구하여라.(단, $\angle A$는 예각)



3. $\triangle$ABC에서 $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$이면 $\triangle$ABC는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형임을 증명하여라.

<풀이>

1. $\triangle$ABC에서 $\angle C = 180° - (75° + 45°) = 60°$

사인법칙에 의하여 $\dfrac{4}{\sin 45°} = \dfrac{c}{\sin 60°}$

$\therefore\ c = \sin 60° \times \dfrac{4}{\sin 45} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

2. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2\text{R}$에서

$\dfrac{\sqrt{3}}{\sin A} = \dfrac{1}{\sin 30°}$

$\therefore\ \sin A = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

따라서, $\angle A = 60°$ 또는 $\angle A = 120°$

그런데 $\angle A$는 예각이므로 $\angle A = 60°$ 이다.

또, $\angle C = 180° - (A + B) = 90°$ 이므로

$\dfrac{1}{\sin 30} = \dfrac{c}{\sin 90°}$ 에서 $c = 2$

$\therefore\ \angle A = 60°$, $\angle C = 90°$, $c = 2$

3. $\triangle$ABC의 외접원의 반지름을 R이라 하면

$\sin A = \dfrac{a}{2\text{R}}$, $\sin B = \dfrac{b}{2\text{R}}$, $\sin C = \dfrac{c}{2\text{R}}$

그런데, $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$이므로

$\left(\dfrac{a}{2\text{R}}\right)^2 = \left(\dfrac{b}{2\text{R}}\right)^2 + \left(\dfrac{c}{2\text{R}}\right)^2$

따라서, $a^2 = b^2 + c^2$

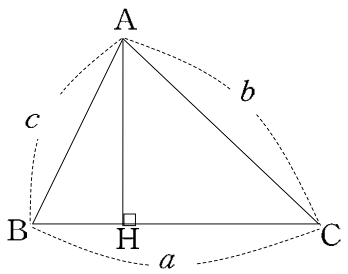
그러므로 $\triangle$ABC는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이다.

(2) 코사인법칙

탐구활동

[과제1] 코사인법칙 (교학사 10-나 지도서 234쪽, 박규홍 외)

- 목표 : 삼각형의 세 변과 세 각 사이의 관계로부터 제일코사인법칙을 이해한다



오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle \mathrm{ABC}$의 꼭지점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 다음을 구하여라.

1. $\overline{\mathrm{BH}}$를 c와 $\angle \mathrm{B}$를 이용하여 나타내어라.
2. $\overline{\mathrm{CH}}$를 b와 $\angle \mathrm{C}$를 이용하여 나타내어라.
3. a를 b, c, $\angle \mathrm{B}$, $\angle \mathrm{C}$를 이용하여 나타내어라.
4. 같은 방법으로 b를 a, c, $\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{C}$를 이용하여 나타내어라. 또 c를 a, b, $\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{B}$를 이용하여 나타내어라.

<해설>

1. $\triangle \mathrm{ABH}$에서 $\angle \mathrm{H} = 90^\circ$ 이므로

$$\cos \mathrm{B} = \frac{\overline{\mathrm{BH}}}{c} \quad \therefore \overline{\mathrm{BH}} = c \cos \mathrm{B}$$

2. $\triangle \mathrm{AHC}$에서 $\angle \mathrm{H} = 90^\circ$ 이므로

$$\cos \mathrm{C} = \frac{\overline{\mathrm{CH}}}{b} \quad \therefore \overline{\mathrm{CH}} = b \cos \mathrm{C}$$

3. 위의 1. 2에서 $a = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BH}} + \overline{\mathrm{CH}} = c \cos \mathrm{B} + b \cos \mathrm{C}$
4. 꼭지점 B에서 마주보는 변 AC에 내린 수선의 발을 H′라 하면

$\triangle \mathrm{ABH'}$에서 $\angle \mathrm{H'} = 90^\circ$ 이므로

$$\cos \mathrm{A} = \frac{\overline{\mathrm{AH'}}}{c} \quad \therefore \overline{\mathrm{AH'}} = c \cos \mathrm{A}$$

$\triangle \mathrm{BCH'}$에서 $\angle \mathrm{H'} = 90^\circ$ 이므로

$$\cos \mathrm{C} = \frac{\overline{\mathrm{CH'}}}{a} \quad \therefore \overline{\mathrm{CH'}} = a \cos \mathrm{C}$$ 로부터

$b = \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AH'}} + \overline{\mathrm{CH'}} = c \cos \mathrm{A} + a \cos \mathrm{C}$

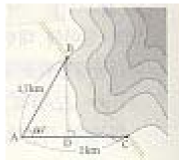
같은 방법으로 꼭지점 C에서 마주보는 변 AB에 수선을 내리면

$c = \overline{\mathrm{AB}} = b \cos \mathrm{A} + a \cos \mathrm{B}$가 성립한다.

[과제2] 터널의 길이 (중앙교육진흥연구소 10-나 지도서 266쪽, 최봉대 외)

● 목표 : 삼각형에서 변의 길이와 각의 코사인값 사이의 관계에 대하여 알아봄으로써 제이코사인법칙을 이해한다.

오른쪽 그림과 같이 산의 두 지점 B와 C를 연결하는 터널을 만들려고 한다. 두 지점 B와 C의 직선거리를 알기 위하여 한 지점 A에서 각 지점 B, C까지의 거리와 각 A의 크기를 측정하였더니 그림과 같다. 다음 물음에 답하여라.



1. $\triangle ABC$에서 $\overline{BD}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.
2. 직각삼각형 BDC에서 $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.(공학용계산기)
3. $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$이고, $\angle A=\alpha$일 때, 위의 방법에 의하여 $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

<해설>

1. 직각삼각형 ABD에서

$\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{BD}}{1.7}$ 이므로 $\overline{BD}=1.7\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{17\sqrt{3}}{20}$(km)

$\cos 60^\circ = \dfrac{\overline{AD}}{1.7}$ 이므로 $\overline{AD}=1.7\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{17}{20}$(km)

한편, $\overline{AD}+\overline{CD}=\overline{AC}$ 이므로

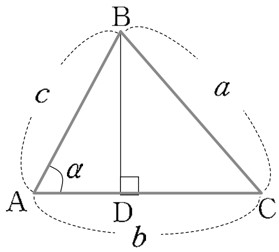
$\overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=\dfrac{23}{20}$(km)

2. 피타고라스 정리로부터 $\overline{BC}^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2=\left(\dfrac{17\sqrt{3}}{20}\right)^2+\left(\dfrac{23}{20}\right)^2=3.49$

$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{3.49}\fallingdotseq 1.87$(km)

3. $\angle A=\alpha$이고, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 길이가 각각 a, b, c이므로

직각삼각형 ABD에서



$\overline{BD}=c\sin\alpha$

$\overline{AD}=c\cos\alpha$

$\overline{CD}=b-\overline{AD}=b-c\cos\alpha$

따라서, 직각삼각형 BCD에서 피타고라스의 정리에 의하여

$a^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2$

$=(c\sin\alpha)^2+(b-c\cos\alpha)^2$

$=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

$\therefore\ a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$

따라서, $\overline{BC}=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$

개념정리

코사인법칙

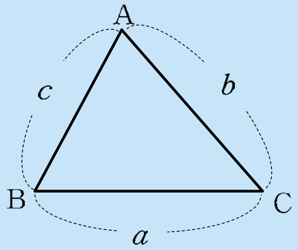
임의의 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c와 세 각 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 코사인 값과의 관계를 코사인법칙이라 한다.

1. 제일코사인법칙

$a = b\cos C + c\cos B$

$b = c\cos A + a\cos C$

$c = a\cos B + b\cos A$



2. 제이코사인법칙

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos B$

$c^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos C$

형성평가

1. $\triangle$ABC에서 $\angle A = 60°$, $b = 5$, $c = 8$일 때, a를 구하여라.

2. 세 변의 길이가 3, 5, 7일 때, 이 삼각형의 최대각의 크기를 구하여라.

3. $\triangle$ABC에서 $a\cos A = b\cos B$일 때, $\triangle$ABC의 모양을 말하여라.

<풀이>

1. 코사인법칙에 의하여

$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2\times5\times8\times\cos 60°$

$= 49$

그런데 $a > 0$이므로 $a = 7$

2. 가장 큰 변의 대각이 가장 큰 각이므로 $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$이라고 하면

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2\times3\times5} = -\frac{1}{2}$$

즉, $\angle C = 120°$

따라서, 구하는 최대각의 크기는 $120°$

3. 코사인 법칙에서

$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $\cos B = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$

이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면

$(a^2 - b^2)\{c^2 - (a^2 + b^2)\} = 0$

따라서, $a^2 = b^2$ 또는 $c^2 = a^2 + b^2$

(ⅰ) $a^2 = b^2$이면 $a>0$, $b>0$이므로 $a = b$

따라서, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형

(ⅱ) $c^2 = a^2 + b^2$이면 $\angle \mathrm{C} = 90°$ 인 직각삼각형

2 삼각형의 넓이

학습목표

- 삼각함수를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.
- 삼각함수를 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

(1) 삼각형의 넓이

탐 구 활 동

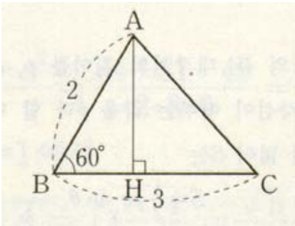
[과제1] 꽃밭의 넓이 (교학사 10-나 지도서 241쪽, 박두일 외)

- 목표 : 삼각함수를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 삼각형 모양의 꽃밭이 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

(1) A에서 변 BC에 내린 수선의 길이를 구하여 보아라.

(2) 이 꽃밭의 넓이를 S라 할 때, S를 구하여 보아라.



<해설>

(1) $\overline{AH}=2\sin 60^\circ=\sqrt{3}$

(2) $S=\frac{1}{2}\overline{BC}\cdot\overline{AH}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

개 념 정 리

삼각형의 넓이

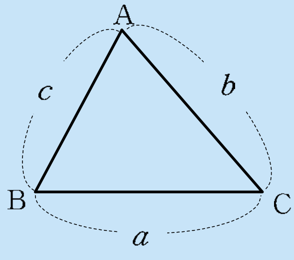
△ABC의 넓이를 S, 외접원의 반지름의 길이를 R, 내접원의 반지름의 길이를 r라 할 때,

(ⅰ) $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$

(ⅱ) $S=\frac{abc}{4R}$

(ⅲ) $S=\frac{r(a+b+c)}{2}$

(ⅳ) $S=2R^2\sin A\sin B\sin C$



형 성 평 가

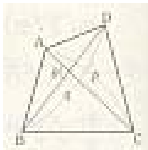
1. △ABC에서 $a=7$, $b=8$, $c=9$일 때, 다음 값을 구하여라.

(1) $\cos A$

(2) $\sin A$

(3) △ABC의 넓이

2. 오른쪽 그림과 같이 두 대각선의 길이가 p, q이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 θ인 사각형의 넓이를 S라 하면 $S=\dfrac{1}{2}pq\sin\theta$임을 보여라.



<풀이>

1. (1) 코사인법칙에 의하여

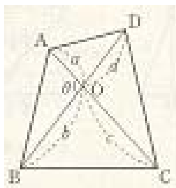
$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{8^2+9^2-7^2}{2\times8\times9}=\frac{2}{3}$$

(2) $\sin^2 A+\cos^2 A=1$에서

$$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}\ (\because \sin A>0)$$

(3) $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot8\cdot9\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}=12\sqrt{5}$

2. 오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD의 대각선 AC, BD의 교점을 O라 하고 $\overline{\mathrm{OA}}=a$, $\overline{\mathrm{OB}}=b$, $\overline{\mathrm{OC}}=c$, $\overline{\mathrm{OD}}=d$라 한다. 또, $\overline{\mathrm{AC}}=a+c=p$, $\overline{\mathrm{BD}}=b+d=q$라 하고 $\angle\mathrm{AOB}=\theta$라 하면



$$\begin{aligned}S&=\triangle AOB+\triangle BOC+\triangle COD+\triangle DOA\\&=\frac{1}{2}ab\sin\theta+\frac{1}{2}bc\sin(\pi-\theta)+\frac{1}{2}cd\sin\theta+\frac{1}{2}da\sin(\pi-\theta)\\&=\frac{1}{2}(ab+bc+cd+da)\sin\theta\\&=\frac{1}{2}(a+c)(b+d)\sin\theta\\&=\frac{1}{2}pq\sin\theta\end{aligned}$$

(2) 실생활에의 활용

탐 구 활 동

[과제1] 건물의 그림자 (천재교육 10-나 지도서 159쪽, 이방수 외)

- 목표 : 삼각함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

성훈이는 오후 3시 정각에 그림과 같이 학교의 옥상과 그림자의 끝이 $45°$를 이루고 있다는 것을 알았다.
1. 건물의 높이가 10m일 때, 그림자의 길이를 구하여라.

2. 같은 시각 운동장에 있는 나무의 그림자의 길이가 5.6m일 때, 나무의 높이를 구하여라.

<해설>

1. 그림과 같이 주어진 각도가 $45°$이고, 건물의 높이가 10m이면, 그림자의 길이는 다음과 같이 구할 수 있다.

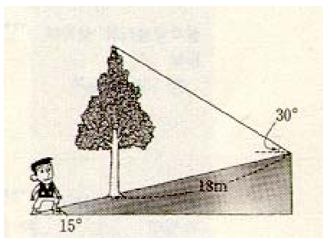
$$\tan 45° = \frac{10}{x}$$
$$\therefore\ x = 10\ (\text{m})$$

2. 같은 시각일 경우 태양빛과 지표면이 이루는 각은 같으므로, 나무의 꼭대기에서 나무 그림자 끝을 이은 선분과 지표면은 마찬가지로 $45°$의 각을 이룬다. 따라서, 나무의 그림자의 길이가 5.6m일 때, 나무의 높이 x는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tan 45° = \frac{x}{5.6}$$
$$\therefore\ x = 5.6\ (\text{m})$$

[과제2] 나무의 높이 (교학사 10-나 지도서 149쪽, 박규홍 외)

- 목표 : 삼각함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

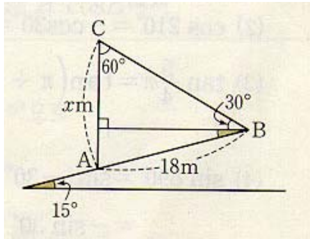


지표면에 대하여 $15°$의 경사를 갖는 비탈길 위에 나무가 지표면에 수직으로 서 있다. 이 나무로부터 비탈길을 따라 18m 걸어간 지점에서 나무의 꼭대기를 올려다 본 각의 크기가 $30°$일 때, 이 나무의 높이를 구하여라.

<해설>

△ABC 에서 $\angle B = 45°$, $\angle C = 60°$, $\overline{\mathrm{AB}} = 18\mathrm{m}$

사인법칙에서



$$\frac{x}{\sin 45°} = \frac{18}{\sin 60°}$$

$$x = \frac{18\sin 45°}{\sin 60°} = 6\sqrt{6}$$

따라서 나무의 높이는 $6\sqrt{6}$ (m)

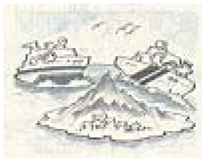
개념정리

실생활에서의 활용

삼각함수를 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결 할 수 있다.

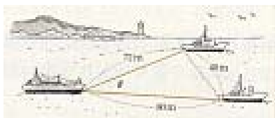
형성평가

1. (교학사 10-나 지도서 250쪽, 박두일 외)



30분 전에 어떤 항구의 서쪽 6km의 지점에서 선박 P가 일정한 속도로, 일정한 방향으로 진행하여 지금 그 항구 북쪽 6*km* 해상을 지나고 있다. 지금 그 항구에서 선박 Q가 매시 24km의 속도로 일정한 방향으로 진행하여 선박 P를 만나려면 북에서 동으로 몇 도의 항로로 잡아야 하는가?

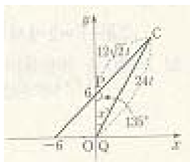
2. (중앙교육진흥연구소 10-나 지도서 274쪽, 최봉대 외)



남해로 들어오던 유조선의 엔진이 고장나서, 기름유출로 인한 해양오염이 생길 우려가 있어, 긴급히 아래의 그림과 같이 두 척의 예인선으로 유조선을 예인하고 있다. 한 밧줄의 길이는 72m이고 다른 밧줄의 길이는 80m이며, 두 예인선 사이의 거리는 40m라고 한다. 이 때, 두 밧줄이 이루는 각의 크기 θ를 구하여라.(공학용계산기와 삼각함수표 활용)

<풀이>

1. 선박 Q가 북에서 동으로 $x°$ 의 항로로 t시간 후에 선박 P와 C지점에서 만난다고 한자.



선박 P는 30분 동안 $6\sqrt{2}$(km)를 진행하였으므로 P의 속력은 $12\sqrt{2}$(km/시)이다.

따라서, t시간 후에는 $\overline{\mathrm{PC}} = 12\sqrt{2}t$, $\overline{\mathrm{QC}} = 24t$

△QPC에서 사인법칙을 쓰면

$$\frac{12\sqrt{2}t}{\sin x^\circ} = \frac{24t}{\sin 135^\circ}$$

$$\therefore \sin x^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x^\circ = 30^\circ$$

2. 코사인법칙에 의하여

$$\cos\theta = \frac{72^2 + 80^2 - 40^2}{2 \times 72 \times 80} \fallingdotseq 0.8667$$

그런데 삼각함수표에서 코사인 값이 0.8667인 각은 없다. 이런 경우에는 코사인 값이 0.8667에 가장 가까운 0.8660에 해당하는 각 30°를 구한다.